Муниципальное автономное учреждение
«Информационно-методический центр»

БЛАГОДАРСТВЕННОЕ ПИСЬМО

Тараненко Галине Робертовне,

учителю математики
МБОУ «Сургутская технологическая школа»,

за инициативность, высокий уровень профессиональной компетентности, активное участие в мероприятиях городского методического объединения учителей математики

Директор С.П. Гончарова

Россия, Ханты-Мансийский автономный округ-Югра, г. Сургут * Муниципальное автономное учреждение "Информационно-методический центр" * ИНН 8602003290 * ОГРН 1028600595693

г. Сургут, 2022

18.03.2022 Семинар-практикум по подготовке к ЕГЭ

18 марта 2022 года в 15.00 в дистанционном формате на платформе Microsoft Teams проведен семинар-практикум для учителей математики «Особенности решения экзаменационных задач по математике, вызывающих наибольшие трудности на ЕГЭ» (далее – семинар-практикум).

Семинар-практикум организован в рамках деятельности городского методического объединения учителей математики.

В ходе семинара-практикума рассмотрены вопросы:

1. Метод рационализации при решении показательных, логарифмических уравнений и уравнений с модулем. Копылова А.Н., учитель математики МБОУ СОШ № 27.

2. Использование метода координат в решении стереометрических задач ЕГЭ. Тараненко Г.Р., учитель математики МБОУ «СТШ».

Запись выступлений

Информационное письмо

БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
ХАНТЫ-МАНСИЙСКОГО АВТОНОМНОГО ОКРУГА – ЮГРЫ
«СУРГУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Благодарственное письмо

Тараненко Г.Р.

МБОУ «Сургутская технологическая школа»

Уважаемая Галина Робертовна!

Сургутский государственный педагогический университет выражает Вам благодарность за сотрудничество в области подготовки будущих учителей математики и информатики!

Особо хочется отметить Вашу высокую квалификацию и профессионализм в проведении занятий и методическом сопровождении практики по формированию профессиональных умений и опыта педагогической деятельности в образовательной организации.
За время сотрудничества с Вами обучающиеся получили знания, которые стали серьезным фундаментом в их профессиональной подготовке.

Благодарим Вас за ответственное отношение к делу и качественную подготовку будущих учителей!
Желаем Вам профессиональных успехов и надеемся, что в будущем наше сотрудничество будет лишь укрепляться и станет более плодотворным!

РЕКТОР СурГПУ
д.с.н., доцент

В. П. Засыпкин

Сургут
2021

СУРГУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

БЛАГОДАРСТВЕННОЕ ПИСЬМО

Тараненко Г. Р.

МБОУ "Сургутская технологическая школа"

Уважаемая Галина Робертовна!

Сургутский государственный педагогический университет выражает Вам благодарность за сотрудничество в области подготовки будущих учителей!

Особо хочется отметить Вашу высокую квалификацию и профессионализм в проведении занятий и методическом сопровождении практики по формированию профессиональных умений и опыта педагогической деятельности в образовательной организации.

За время сотрудничества с Вами обучающиеся получили знания, которые стали серьезным фундаментом в их профессиональной подготовке.

Благодарим Вас за ответственное отношение к делу и качественную подготовку будущих учителей! Желаем Вам профессиональных успехов и надеемся, что в будущем наше сотрудничество будет лишь укрепляться и станет более плодотворным!

Ректор СурГПУ
Д.с.н., доцент

В.П. Засыпкин

Сургут 2023 г.

МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«СУРГУТСКАЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ШКОЛА»

П Р И К А З

01 апреля 2021 № СТШ-13-235/1

Сургут

О прохождении практики

На основании письма БУ ВО ХМАО-Югры «Сургутский государственный педагогический университет» от 15.03.2021 № 89 в целях организации взаимодействия
ПРИКАЗЫВАЮ:

1.Принять студентов БУ ВО СурГПУ направлений подготовки «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (направленность: Математика и начальное образование)» и «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (направленность: Математика и информатика)» для прохождения педагогической практики (по математике) на периоды с 12.04.2021 по 11.05.2021 и с 05.04.2021 по 23.04.2021 соответственно.

2.Провести 05.04.2021 и 12.04.2021 вводный инструктаж для сторонних организаций по охране труда Р.И. Гилязовой, ведущему специалисту по охране труда.

3.Закрепить за студентами учителей-наставников:

№ п/п	Ф.И.О. студента	Ф.И.О. учителя-наставника
1.	Габдрахманова Венера Раушановна	Григоренко Татьяна Викторовна
2.	Киямова Милана Аскатовна	Львова Ирина Витальевна
3.	Лихачева Ирина Вячеславовна	
4.	Козырева Кристина Владимировна	Тараненко Галина Робертовна
5.	Перевалова Анастасия Евгеньевна	

4. Назначить ответственной за общую организацию практики Червинскую М.В., заместителя директора по учебно-воспитательной работе.

5. Контроль исполнения приказа оставляю за собой.

Директор Л.М. Самигуллина

Рассылка по 1 экз. – Р.И. Гилязовой, М.В. Червинской, педагогам-наставникам

МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«СУРГУТСКАЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ШКОЛА»

П Р И К А З

21 ноября 2022 № СТШ-13-917/2

Сургут

О прохождении практики

На основании письма БУ ВО ХМАО-Югры «Сургутский государственный педагогический университет» от 17.11.2022 № 2380 в целях организации взаимодействия
ПРИКАЗЫВАЮ:

1.Принять студентов БУ ВО СурГПУ для прохождения практики «Педагогическая практика (преподавательская по математике)» студентами 4 курса направления подготовки «Педагогическое образование с двумя профилями (Математика и Начальное образование)» на период с 28.11.2022 по 15.12.2022.

2.Провести 28.11.2022 вводный инструктаж для сторонних организаций по охране труда М.В. Червинской, заместителю директора по УВР.

3.Закрепить за студентами учителей-наставников:

№ п/п	Ф.И.О. студента	Ф.И.О. учителя-наставника
1.	Жук Анастасия Романовна	Тараненко Галина Робертовна
2.	Зленко Таисия Антоновна	Панасюк Елена Викторовна
3.	Игнатьева Ляйсан Ильдаровна	Фоминых Наталья Ивановна
4.	Серебрякова Александра Сергеевна	Герасимова Айсылу Рифовна

4. Назначить ответственной за общую организацию практики М.В. Червинскую, заместителя директора по учебно-воспитательной работе.

5. Контроль за исполнением приказа оставляю за собой.

Директор Л.М. Самигуллина

Рассылка по 1 экз. - М.В. Червинской, педагогам-наставникам

МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«СУРГУТСКАЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ШКОЛА»

П Р И К А З

06 марта 2023 № СТШ-13-231/в

Сургут

О прохождении практики

На основании письма БУ ВО ХМАО-Югры «Сургутский государственный педагогический университет» от 02.03.2023 № 40 в целях организации взаимодействия
ПРИКАЗЫВАЮ:

1.Принять студентов БУ ВО СурГПУ для прохождения практики «Педагогическая практика (преподавательская по математике)» студентами 3 курса направления подготовки «Педагогическое образование с двумя профилями подготовки (Математика и Информатика)» на период с 13.03.2023 по 25.03.2023.

2.Провести 13.03.2023 вводный инструктаж для сторонних организаций по охране труда Р.И. Гилязовой, специалисту по охране труда.

3.Закрепить за студентами учителей-наставников:

№ п/п	Ф.И.О. студента	Ф.И.О. учителя-наставника
1.	Акрамов Шерали Акмалович	Тараненко Галина Робертовна
2.	Евченков Александр Александрович	
3.	Коровина Софья Анатольевна	Панасюк Елена Викторовна
4.	Лыскова Анастасия Денисовна	
5.	Овчинников Кирилл Олегович	Герасимова Айсылу Рифовна
6.	Товбиев Ибрагим Исаевич	

4. Назначить ответственной за общую организацию практики Червинскую М.В., заместителя директора по учебно-воспитательной работе.

5. Контроль исполнения приказа оставляю за собой.

Директор Л.М. Самигуллина

Рассылка по 1 экз. - М.В. Червинской, педагогам-наставникам

МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«СУРГУТСКАЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ШКОЛА»

П Р И К А З

21 февраля 2024 № СТШ-13-108/4

Сургут

О прохождении практики

На основании письма БУ ВО ХМАО-Югры «Сургутский государственный педагогический университет» от 19.02.2024 в целях организации взаимодействия ПРИКАЗЫВАЮ:

1.Принять студентов БУ ВО СурГПУ для прохождения практики «Педагогическая практика (преподавательская по математике) студентами 3 курса направления подготовки «Педагогическое образование с двумя профилями подготовки (Математика и Информатика)» на период с 20.02.2024 по 04.03.2024 г.

2.Провести 20.02.2024 инструктаж для сторонних организаций по охране труда Р.И. Гилязовой, специалисту по охране труда.

3.Закрепить за студентами учителей-наставников:

№ п/п	Ф.И.О. студента	Ф.И.О. учителя-наставника
1.	Бражникова Анастасия Николаевна	Дума Елена Александровна
2.	Мустафина Эльвина Рустамовна	Тараненко Галина Робертовна
3.	Шелков Егор Алексеевич	Герасимова Айсылу Рифовна
4.	Захаров Владимир Владимирович	Дубинина Татьяна Викторовна

4. Назначить ответственной за общую организацию практики У.Ю. Романюк, заместителя директора по учебно-воспитательной работе.

5. Контроль за исполнением приказа оставляю за собой.

И.о. директора М.В. Косолович

Рассылка:
1 экз. в Дело
по 1 экз. – У.Ю. Романюк

Метод координат в решении стереометрических задач ЕГЭ.

Алгебра – не что иное, как записанная в символах геометрия, а геометрия – это просто алгебра, воплощенная в фигурах
Софий Жермен (1776-1831)

Учитель математики Тараненко Галина Робертовна
МБОУ «СТШ»

Расстояние между точками A и B

$$\rho(A;B)=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$$

где $A(x_1;\, y_1;\, z_1)$, $B(x_2;\, y_2;\, z_2)$;

Координаты C(x; y; z) отрезка AB, если AC:BC= λ

$A(x_1;\, y_1;\, z_1)$, $B(x_2;\, y_2;\, z_2)$.

$$x=\frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda} \qquad y=\frac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda} \qquad z=\frac{z_1+\lambda z_2}{1+\lambda}$$

Расстояние от точки M до плоскости α

$$\rho(M;\alpha)=\frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

$M(x_0;y_0;z_0)$,

$\alpha:\ ax+by+cz+d=0;$ $\qquad \vec{n}\{a;b;c\}\perp\alpha$

Нахождение угла между двумя векторами

$$\cos\angle\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{x_1\cdot x_2+y_1\cdot y_2+z_1\cdot z_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$$

$$\vec{a}\{x_1;y_1;z_1\},\vec{b}\{x_2;y_2;z_2\}$$

Нахождение угла между прямыми

$$\cos\angle(a,b)=\left|\cos\angle\left(\vec{n},\vec{p}\right)\right|=\frac{\left|x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2\right|}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$$

$\vec{p}\{x_2;y_2;z_2\}$ - направляющий векор прямой *a*;

$\vec{n}\{x_1;y_1;z_1\}$ - направляющий векор прямой *b*;

$$\vec{p}\perp\vec{n}\Rightarrow\ x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2=0$$

Нахождение угла между прямой и плоскостью

$$\sin\angle(l,\alpha)=\left|\cos\angle\left(\vec{n},\vec{p}\right)\right|=\frac{\left|x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2\right|}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$$

$\vec{n}\{x_1;y_1;z_1\}$ - вектор нормали к плосксти *α*,

$\vec{p}\{x_2;y_2;z_2\}$ - направляющий векор прямой *l*;

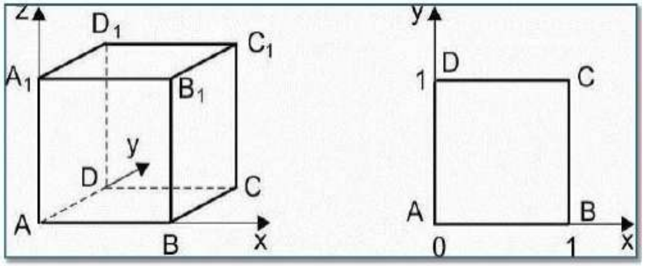
Нахождение угла между двумя плоскостями

$$\cos\angle(\alpha,\beta)=\left|\cos\angle\left(\vec{n},\vec{p}\right)\right|=\left|\frac{\left|x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2\right|}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}\right.$$

$\vec{n}\{x_1;y_1;z_1\}\perp\alpha$

$\vec{p}\{x_2;y_2;z_2\}\perp\beta$

1. Единичный куб

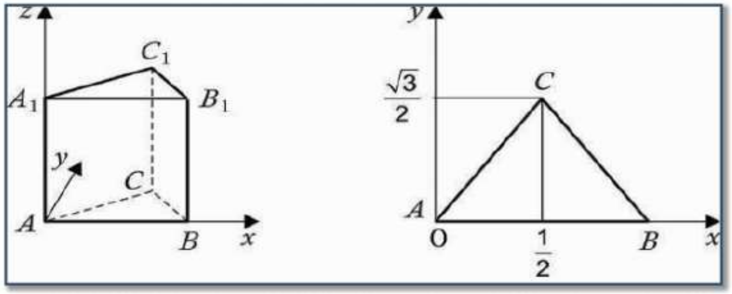


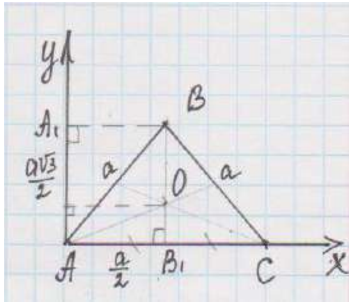
Координаты вершин:

A (0,0,0) B (1,0,0) C (1,1,0) D (0,1,0)

A_1 (0,0,1) B_1 (1,0,1) C_1 (1,1,1) D_1 (0,1,1)

2. Правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, ребра которой равны 1



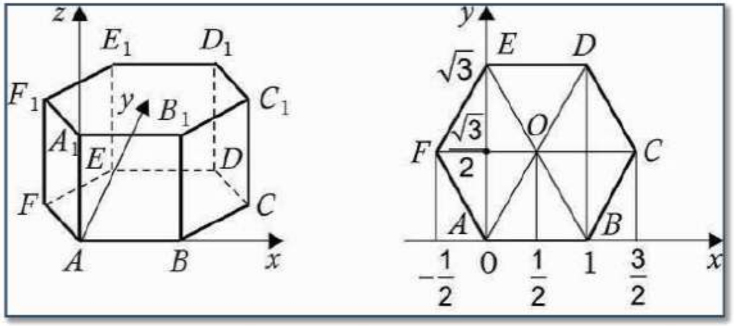


Координаты вершин:

A (0,0,0) B (1,0,0) C $(0{,}5, \frac{\sqrt{3}}{2}, 0)$

A_1 (0,0,1) B_1 (1,0,1) C_1 $(0{,}5, \frac{\sqrt{3}}{2}, 1)$

3. Правильная шестиугольная призма $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, все ребра которой равны 1



Координаты вершин:

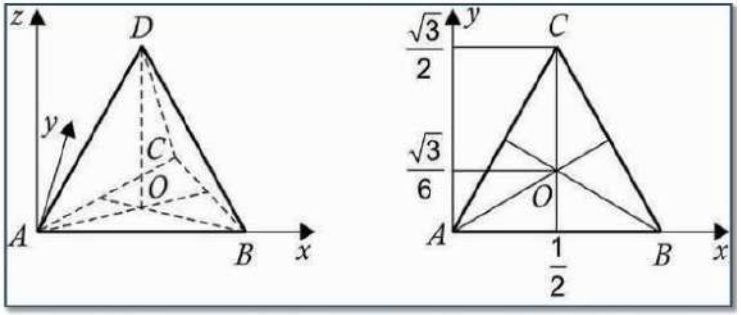
A (0,0,0) B (1,0,0) C $(1{,}5, \frac{\sqrt{3}}{2}, 0)$

D$(1, \sqrt{3}, 0)$ E$(0, \sqrt{3}, 0)$ F$(-0{,}5, \frac{\sqrt{3}}{2}, 0)$

A_1 (0,0,1) B_1 (1,0,1) C_1 $(1{,}5, \frac{\sqrt{3}}{2}, 1)$

$D_1(1, \sqrt{3}, 1)$ $E_1(0, \sqrt{3}, 1)$ $F_1(-0{,}5, \frac{\sqrt{3}}{2}, 1)$

4. Правильная треугольная пирамида (тетраэдр) ABCD, все ребра которого равны 1

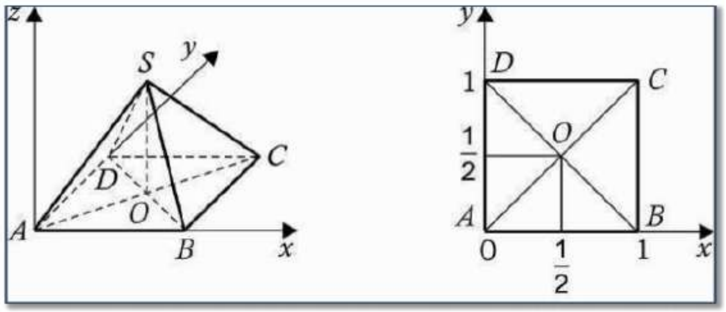


Координаты вершин:

A (0,0,0) B (1,0,0) C $(0{,}5, \frac{\sqrt{3}}{2}, 0)$

D $(0{,}5, \frac{\sqrt{3}}{6}, \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}})$

5. Правильная четырехугольная пирамида ABCDS, все ребра которой равны 1

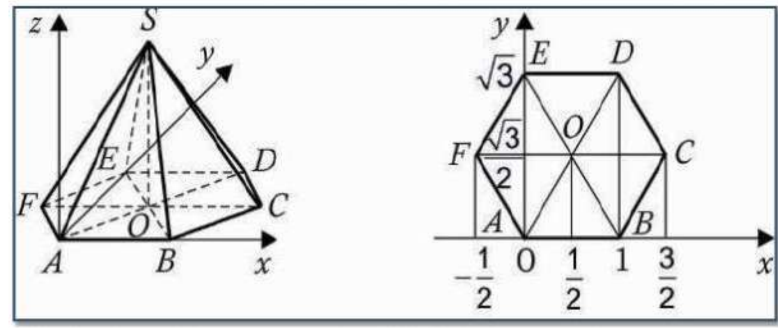


Координаты вершин:

A (0,0,0) B (1,0,0) C (1,1 ,0)

D (0,1,0) S $(0{,}5;0{,}5,\frac{\sqrt{2}}{2})$

6. Правильная шестиугольная пирамида ABCDEFS, стороны основания которой равны 1, а боковые ребра равны 2

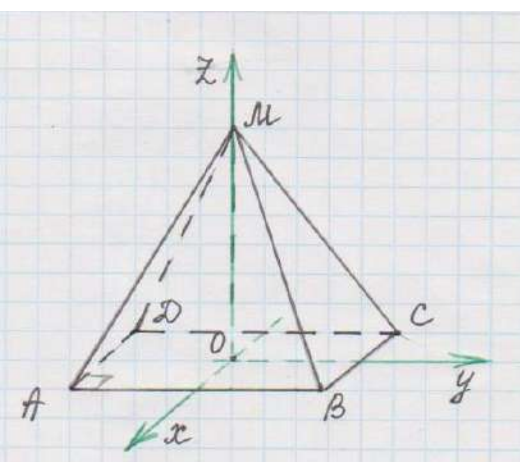


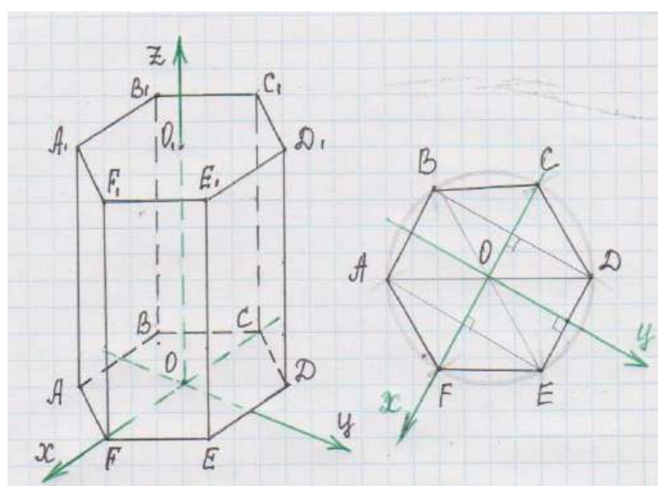
Координаты вершин:

A (0,0,0) B (1,0,0) C $(1{,}5,\frac{\sqrt{3}}{2},0)$

D$(1,\sqrt{3},0)$ E$(0,\sqrt{3},0)$ F$(-0{,}5,\frac{\sqrt{3}}{2},0)$

S$(0{,}5,\frac{\sqrt{3}}{2},\sqrt{3})$

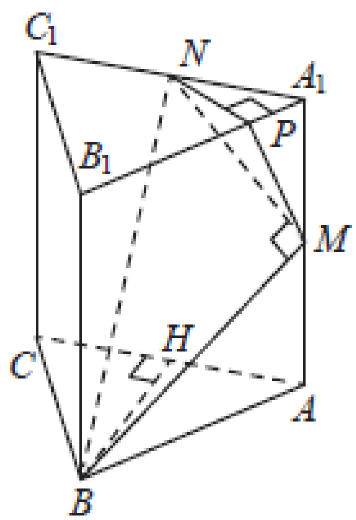




13 Все рёбра правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ имеют длину 6. Точки M и N – середины рёбер AA_1 и A_1C_1 соответственно.

а) Докажите, что прямые BM и MN перпендикулярны.

б) Найдите угол между плоскостями BMN и ABB_1.



Решение. а) Пусть точка H – середина AC. Тогда

$$BN^2 = BH^2 + NH^2 = \left(3\sqrt{3}\right)^2 + 6^2 = 63.$$

Вместе с тем $BM^2 + MN^2 = (3^2 + 6^2) + (3^2 + 3^2) = 63$, тогда по теореме, обратной теореме Пифагора, треугольник BMN является прямоугольным с прямым углом M.

б) Проведём перпендикуляр NP к прямой A_1B_1. Тогда $NP \perp A_1B_1$ и $NP \perp A_1A$. Следовательно, $NP \perp ABB_1$. Поэтому MP – проекция MN на плоскость ABB_1. Прямая BM перпендикулярна MN, тогда по теореме о трёх перпендикулярах $BM \perp MP$. Следовательно, угол NMP – линейный угол искомого угла.

Длина NP равна половине высоты треугольника $A_1B_1C_1$, т.е. $NP = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.

Поэтому $\sin\angle NMP = \dfrac{NP}{MN} = \dfrac{3\sqrt{3}}{2\cdot 3\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}}$. Следовательно, $\angle NMP = \arcsin\sqrt{\dfrac{3}{8}}$.

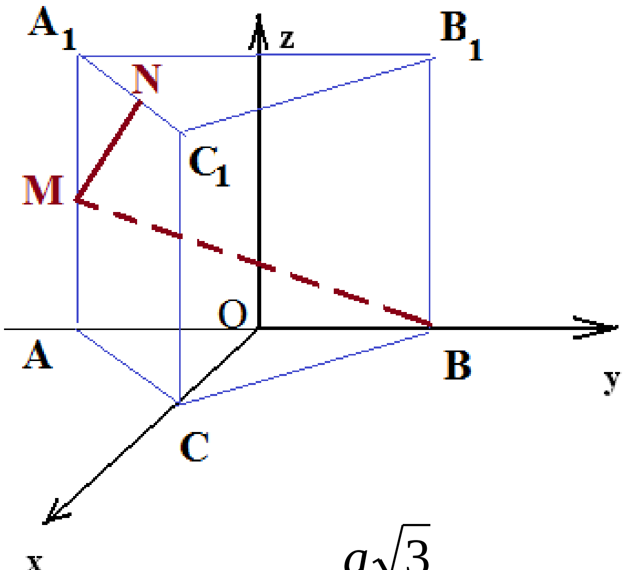
Ответ: б) $\arcsin\sqrt{\dfrac{3}{8}}$.

13 Все рёбра правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ имеют длину 6. Точки M и N – середины рёбер AA_1 и A_1C_1 соответственно.

а) Докажите, что прямые BM и MN перпендикулярны.

б) Найдите угол между плоскостями BMN и ABB_1.

$$\vec{p} \perp \vec{n} \Rightarrow \quad x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 = 0$$



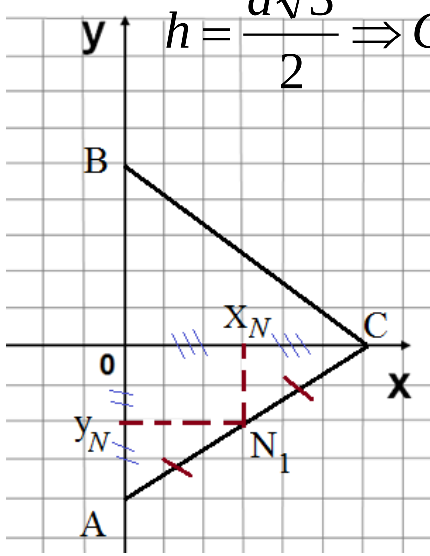
Решение.

а) Введем прямоугольную систему координат Oxyz.

$$M(0;-3;3),\ B(0;3;0), \qquad \vec{MB}\{0;6;-3\}$$

$$N\left(\frac{3\sqrt{3}}{2};-\frac{3}{2};6\right) \qquad \vec{MN}\left\{\frac{3\sqrt{3}}{2};\frac{3}{2};3\right\}$$

$$h=\frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow OC=3\sqrt{3}$$



$$\vec{MB}\cdot\vec{MN} = 0\cdot\frac{3\sqrt{3}}{2} + 6\cdot\frac{3}{2} + 3\cdot(-3) = 0 \Rightarrow MN \perp MB$$

Что и требовалось доказать.

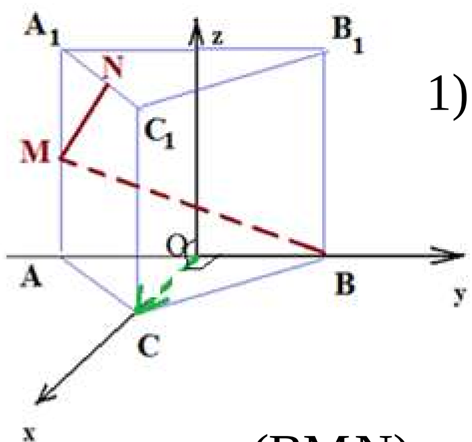
13 Все рёбра правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ имеют длину 6. Точки M и N – середины рёбер AA_1 и A_1C_1 соответственно.

а) Докажите, что прямые BM и MN перпендикулярны.

б) Найдите угол между плоскостями BMN и ABB_1.

$$\cos\angle(\alpha,\beta)=\left|\cos\angle\left(\vec{n},\vec{p}\right)\right|=\frac{|x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2|}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$$

$$\alpha: ax+by+cz+d=0,$$



б) Составим уравнения плоскостей (BMN) и (ABB_1)

1) $M(0;-3;3)$: $B(0;3;0)$: $N\left(\frac{3\sqrt{3}}{2};-\frac{3}{2};6\right)$:

$$\begin{cases} -3b+3c+d=0, & \Rightarrow c=2b \\ 3b+\quad d=0, & \Rightarrow d=-3b \\ \frac{3\sqrt{3}}{2}a-\frac{3}{2}b+6c+d=0; & \Rightarrow a=-\frac{5\sqrt{3}}{3}b \end{cases}$$

$$(BMN):\quad -\frac{5\sqrt{3}}{2}bx+by+2bz-3b=0;\ |\div b$$

$$(BMN):\quad -\frac{5\sqrt{3}}{2}x+y+2z-3=0,\ \Rightarrow \vec{n}\left\{-\frac{5\sqrt{3}}{3};1;2\right\}$$, где $\vec{n}\perp(BMN)$

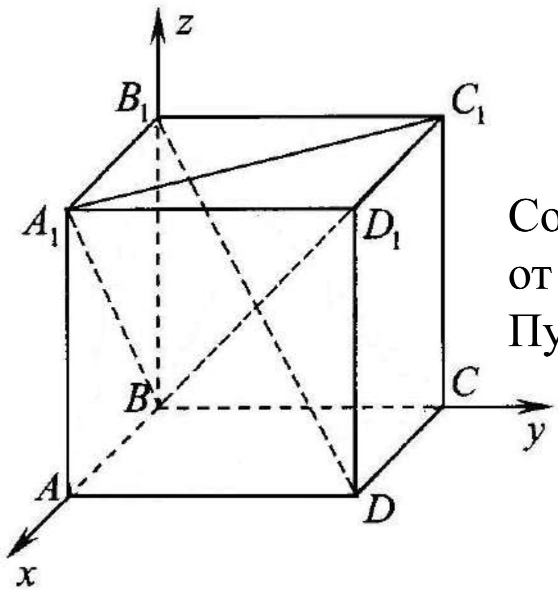
2) $\vec{OC}\perp(ABB_1)$, $\vec{OC}\left\{3\sqrt{3};0;0\right\}$

3) $$\cos\angle((BMN),(FBB_1))=\left|\cos\angle\left(\vec{n},\vec{OC}\right)\right|=\frac{\left|3\sqrt{3}\cdot\left(-\frac{5\sqrt{3}}{3}\right)+0+0\right|}{3\sqrt{3}\cdot\sqrt{\frac{25\cdot 3}{9}+1+4}}=\frac{15}{3\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{40}}{3}}=\frac{\sqrt{10}}{4}$$

$$\sin\angle((BMN),(FBB_1))=\sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{10}}{4}\right)^2}=\sqrt{\frac{6}{16}}=\sqrt{\frac{3}{8}}$$

Ответ: $\angle((BMN),(FBB_1))=\arccos\frac{\sqrt{10}}{4}$

№2 В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ проведена диагональ B_1D. В каком отношении, считая от вершины B_1, плоскость A_1BC_1 делит диагональ B_1D?



Решение.

$$\rho(M;\alpha)=\frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

Введем прямоугольную систему координат Oxyz.

Составим уравнение плоскости A_1BC_1 и найдём расстояние от этой плоскости до каждой из точек B_1 и D.

Пусть ребро куба равно 1.

$B(0;0;0)$:

$A_1(1;0;1)$:

$C_1(0;1;1)$:

$$\begin{cases} d=0 \\ b+c+d=0, \Rightarrow c=-b \\ a+\quad c+d=0; \Rightarrow a=b \end{cases}$$

$$(A_1BC_1): x+y-z=0, \Rightarrow a=1, b=1, c=-1, d=0$$

D(1;1;0) $\quad \rho_1(D;(A_1C_1B))=\dfrac{|1\cdot1+1\cdot1+0\cdot(-1)+0|}{\sqrt{1+1+1}}=\dfrac{2}{\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

$$\rho_1:\rho_2=\frac{2}{\sqrt{3}}:\frac{1}{\sqrt{3}}=2:1$$

$B_1(0;0;1)$ $\quad \rho_2(B_1;(A_1C_1B))=\dfrac{|0+0-1|}{\sqrt{1+1+1}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

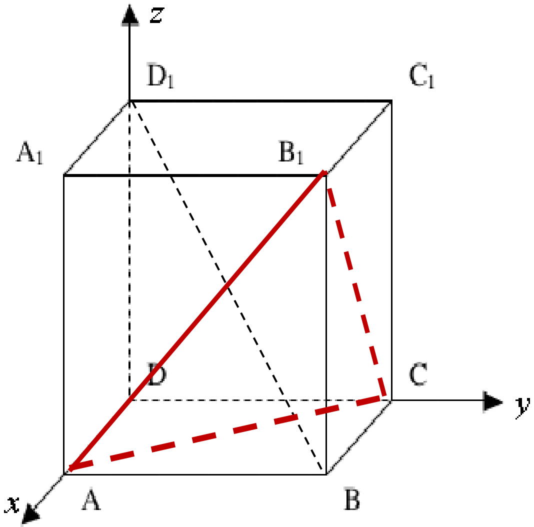
Ответ: 2:1.

№3 Задание 13 № 513264

Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$.

а) Докажите, что прямая BD_1 перпендикулярна плоскости ACB_1.

б) Найдите угол между плоскостями AD_1C_1 и A_1D_1C.



Решение.

а) Введем прямоугольную систему координат Oxyz

1) Пусть ребро куба равно 1.

$D_1(0;0;1), B(1;1;0) \Rightarrow \vec{D_1B}\{1;1;-1\}$

2) Составим уравнения плоскости (AB_1C)

$$\begin{array}{ll} A(1;0;0): & \\ B_1(1;1;1): & \\ C(0;1;0): & \end{array} \begin{cases} a + d = 0, & \Rightarrow a = -d \\ a+b+c+d = 0, & \Rightarrow c = d \\ b + d = 0; & \Rightarrow b = -d \end{cases}$$

$$(AB_1C): -dx - dy + dz + d = 0, \,\big|\div d$$

$$(AB_1C): -x - y + z + 1 = 0, \Rightarrow \vec{n}\{-1;-1;1\} \quad \text{, где } \vec{n} \perp (AB_1C)$$

3)

$$\left.\begin{array}{l}\vec{n}\{-1;-1;1\} \\ \vec{D_1B}\{1;1;-1\}\end{array}\right. \Rightarrow \vec{n} = -\vec{D_1B} \Rightarrow \vec{n} \text{ и } \vec{D_1B} \text{ коллинеарны} \Rightarrow D_1B \perp (AB_1C)$$

Что и требовалось доказать

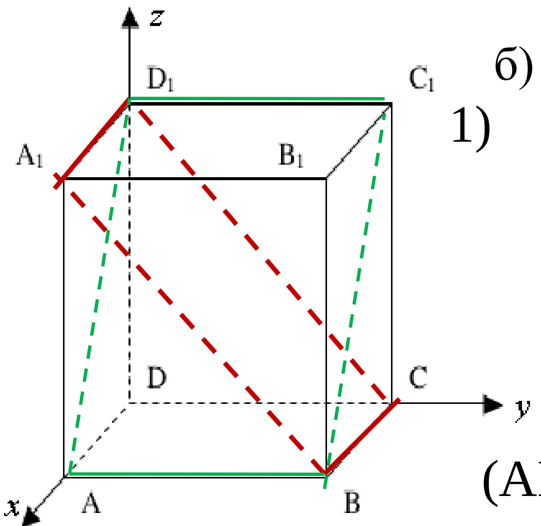
№3 Задание 13 № [513264]

Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$.

а) Докажите, что прямая BD_1 перпендикулярна плоскости ACB_1.

б) Найдите угол между плоскостями AD_1C_1 и A_1D_1C.

$$\boxed{\cos\angle(\alpha,\beta)=\left|\cos\angle\left(\vec{n},\vec{p}\right)\right|=\frac{|x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2|}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}}$$



б) Составим уравнения плоскостей (ABD_1) и (CBD_1)

1)
$$\begin{matrix} D_1(0;0;1): \\ A(1;0;0): \\ B(1;1;0): \end{matrix}\quad \begin{cases} c+d=0, & \Rightarrow c=-d \\ a+d=0, & \Rightarrow a=-d \\ a+b+d=0; & \Rightarrow b=0 \end{cases}$$

$$(ABD_1):\ -x-z+1=0,\qquad \Rightarrow \vec{n}\{-1;0;-1\}\qquad ,\text{где}\ \vec{n}\perp(ABD_1)$$

2)
$$\begin{matrix} D_1(0;0;1): \\ C(0;1;0): \\ B(1;1;0): \end{matrix}\quad \begin{cases} c+d=0, & \Rightarrow c=-d \\ b+d=0, & \Rightarrow b=-d \\ a+b+d=0; & \Rightarrow a=0 \end{cases}$$

$$(CBD_1):\ -y-z+1=0,\qquad \Rightarrow \vec{p}\{0;-1;-1\}\qquad ,\text{где}\ \vec{p}\perp(CBD_1)$$

3)
$$\cos\angle\left((ABD_1),(CBD_1)\right)=\left|\cos\angle\left(\vec{n},\vec{p}\right)\right|=\frac{|1+0+0|}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=\frac{1}{2}\qquad \Rightarrow \angle\left((ABD_1),(CBD_1)\right)=60^\circ$$

Ответ: 60° .

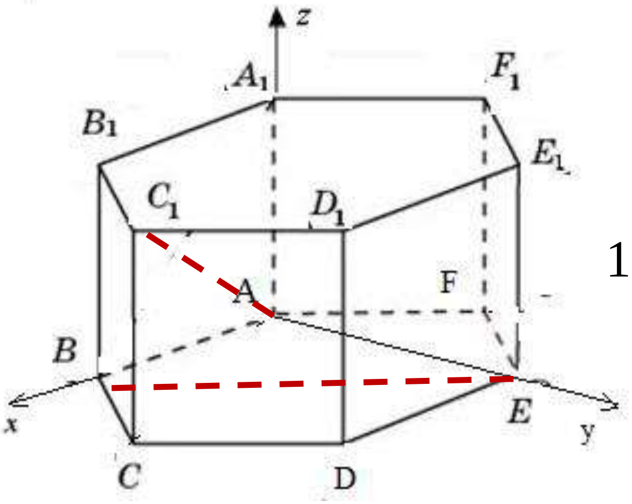
№4 Задание 13 № 501125

В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA'B'C'D'E'F'$ все ребра равны 1.

а) Докажите, что AC' перпендикулярна прямой BE.

б) Найдите угол между прямой AC' и плоскостью ACD'.

$$\boxed{\vec{p} \perp \vec{n} \Rightarrow \quad x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 = 0}$$



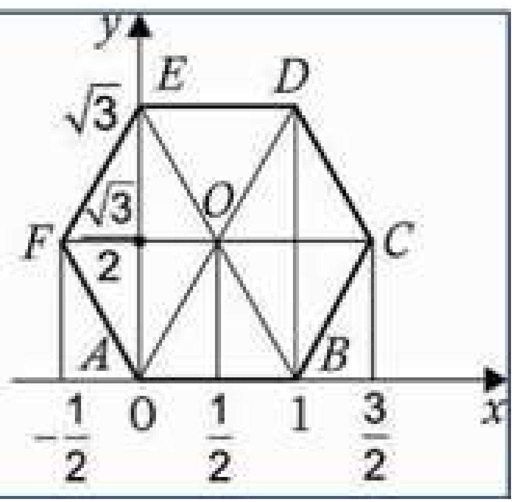
Решение.

а) Введем прямоугольную систему координат Oxyz.

1) $B(1;0;0), E(0;\sqrt{3};0) \Rightarrow \quad \vec{BE}\{-1;\sqrt{3};0\}$

$C_1\left(\frac{3}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};1\right), A(0;0;0) \Rightarrow \vec{AC_1}\left\{\frac{3}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};1\right\}$

2) $\vec{BE}\cdot\vec{C_1A} = -\frac{3}{2} + \sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + 0 = 0 \Rightarrow AC_1 \perp BE$



$A(0;0;0), E(0;\sqrt{3};0),$

$C_1\left(\frac{3}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};1\right), B(1;0;0)$

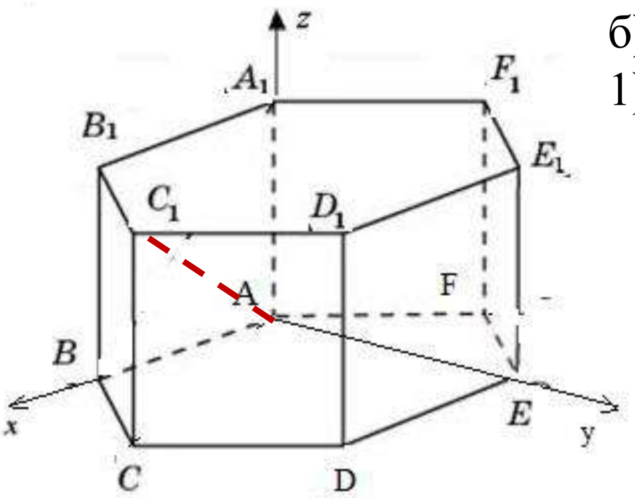
№4 Задание 13 № 501125

В правильной шестиугольной призме *ABCDEFA'B'C'D'E'F'* все ребра равны 1.

а) Докажите, что *AC'* перпендикулярна прямой *BE*.

б) Найдите угол между прямой *AC'* и плоскостью *ACD'*.

$$\sin\angle(l,\alpha)=\left|\cos\angle\left(\vec{n},\vec{p}\right)\right|=\frac{|x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2|}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$$



б)

1) Составим уравнения плоскости (ACD_1)

$$A(0;0;0):\quad C\left(\frac{3}{2};\frac{\sqrt3}{2};0\right):\quad D_1\left(1;\sqrt3;1\right):\quad \begin{cases} d=0, \\ \frac{3}{2}a+\frac{\sqrt3}{2}b+d=0, & \Rightarrow a=-\frac{b}{\sqrt3} \\ a+\sqrt3 b+c+d=0; & \Rightarrow c=-\frac{b}{\sqrt3} \end{cases}$$

$$(\mathrm{ACD}_1):\quad -\frac{b}{\sqrt3}x+by-\frac{2b}{\sqrt3}z=0;\Big|\div\left(-\frac{b}{\sqrt3}\right)$$

$$(\mathrm{ACD}_1):x-\sqrt3y+2z=0,\qquad \Rightarrow \vec{n}\{1;-\sqrt3;2\}\quad ,\text{где } \vec{\mathrm{n}}\perp(\mathrm{ACD}_1)$$

2)

$$\vec{AC_1}\left\{\frac{3}{2};\frac{\sqrt3}{2};1\right\}$$

3)

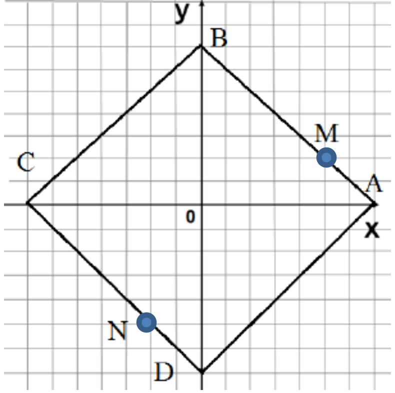
$$\sin\angle(AC_1,(ACD_1))=\left|\cos\angle\left(\vec{n},\vec{AC_1}\right)\right|=\frac{\left|1\cdot\frac{3}{2}-\sqrt3\cdot\frac{\sqrt3}{2}+2\cdot1\right|}{\sqrt8\cdot\sqrt4}=\frac{1}{2\sqrt2}=\frac{\sqrt2}{4}$$

Ответ: $\angle(AC_1,(ACD_1))=\arcsin\frac{\sqrt2}{4}$

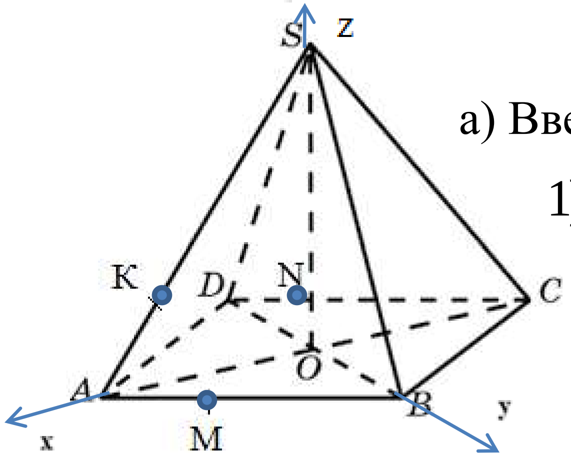
№5 $\boxed{14}$ В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с вершиной S и основанием $ABCD$ сторона основания равна 8, а высота равна 7. На рёбрах AS, AB и CD отмечены соответственно точки K, M и N такие, что $SK = 6$, $BM = CN = 2DN$.

а) Докажите, что плоскости KMN и SBC параллельны.

б) Найдите расстояние от точки K до плоскости SBC.



Решение.



а) Введем прямоугольную систему координат Oxyz.

1) Составим уравнения плоскости (SBC)

$$S(0;0;7):\quad C\left(-4\sqrt{2};0;0\right):\quad B\left(0;4\sqrt{2};0\right):\quad \begin{cases} 7c+d=0, & \Rightarrow d=-7c \\ -4\sqrt{2}a+d=0, & \Rightarrow a=-\dfrac{7c}{4\sqrt{2}} \\ 4\sqrt{2}b+d=0; & \Rightarrow b=-\dfrac{7c}{4\sqrt{2}} \end{cases}$$

$$(SBC):\ -7x+7y+4\sqrt{2}z-28\sqrt{2}=0,\qquad \Rightarrow \vec{n}\left\{-7;7;4\sqrt{2}\right\}$$

2) $M \in AB$

$$\frac{BM}{AM}=\frac{2}{1}\Rightarrow \lambda=2$$

$$x_м=\frac{x_B+\lambda x_A}{1+\lambda}\quad y_м=\frac{y_B+\lambda y_A}{1+\lambda}\quad z_м=\frac{z_B+\lambda z_A}{1+\lambda}$$

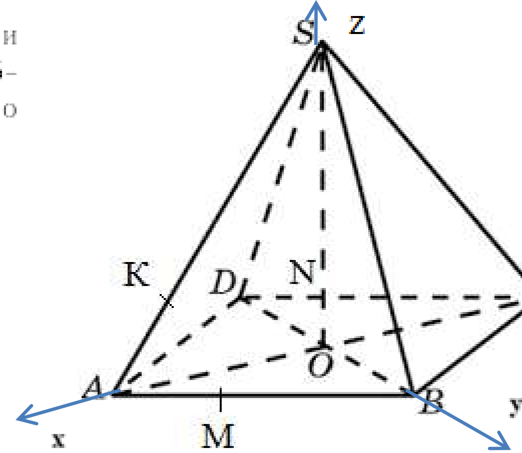
$$x_м=\frac{0+2\cdot4\sqrt{2}}{1+2}=\frac{8\sqrt{2}}{3}\qquad y_м=\frac{4\sqrt{2}+2\cdot0}{1+2}=\frac{4\sqrt{2}}{3}\qquad z_м=0$$

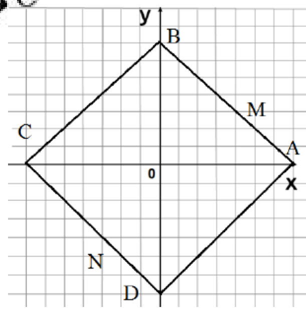
$$M\left(\frac{8\sqrt{2}}{3};\frac{4\sqrt{2}}{3};0\right)$$

№5 14 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с вершиной S и основанием $ABCD$ сторона основания равна 8, а высота равна 7. На рёбрах AS, AB и CD отмечены соответственно точки K, M и N такие, что $SK = 6$, $BM = CN = 2DN$.

а) Докажите, что плоскости KMN и SBC параллельны.

б) Найдите расстояние от точки K до плоскости SBC.





3) $\Delta AOS - прямоугольный$

$$AS = \sqrt{32+49} = 9 \Rightarrow AK = 9-6 = 3$$

$$K \in AS \qquad \frac{SK}{AK} = \frac{2}{1} \Rightarrow \lambda = 2 \qquad K\left(\frac{8\sqrt{2}}{3};0;\frac{7}{3}\right)$$

$$N \in CD \qquad \frac{CN}{ND} = \frac{2}{1} \Rightarrow \lambda = 2 \qquad N\left(\frac{-4\sqrt{2}}{3};\frac{-8\sqrt{3}}{3};0\right)$$

4) Составим уравнения плоскости (MNK)

$$N\left(\frac{-4\sqrt{2}}{3};\frac{-8\sqrt{3}}{3};0\right) \qquad K\left(\frac{8\sqrt{2}}{3};0;\frac{7}{3}\right) \qquad M\left(\frac{8\sqrt{2}}{3};\frac{4\sqrt{2}}{3};0\right)$$

$$\begin{cases} \frac{-4\sqrt{2}}{3}a - \frac{8\sqrt{2}}{3}b + d = 0; \\ \frac{8\sqrt{2}}{3}a + \frac{7}{3}c + d = 0, \\ \frac{8\sqrt{2}}{3}a + \frac{4\sqrt{2}}{3}b + d = 0, \end{cases}$$

$$c = \frac{4\sqrt{2}}{7}b$$

$$d = \frac{4\sqrt{2}}{3}b$$

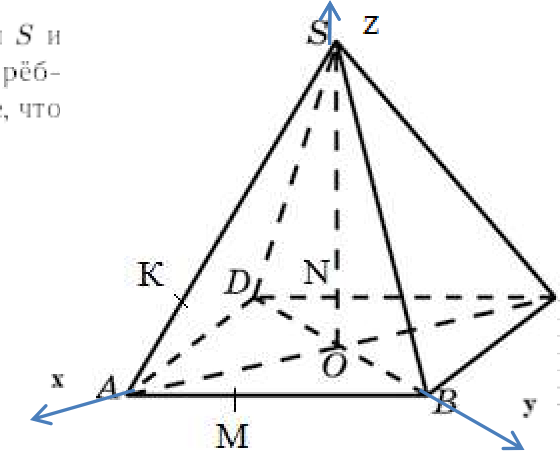
$$a = -b$$

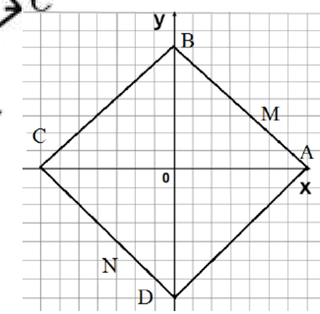
№5

$\boxed{14}$ В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с вершиной S и основанием $ABCD$ сторона основания равна 8, а высота равна 7. На рёбрах AS, AB и CD отмечены соответственно точки K, M и N такие, что $SK = 6$, $BM = CN = 2\,DN$.

а) Докажите, что плоскости KMN и SBC параллельны.

б) Найдите расстояние от точки K до плоскости SBC.





4) Составим уравнения плоскости (MNK)

$$(MNK):\quad -x + y + \frac{4\sqrt{2}}{7}z + \frac{4\sqrt{2}}{3} = 0, \qquad \Rightarrow \vec{p}\left\{-1;1;\frac{4\sqrt{2}}{7}\right\}$$

$$(SBC):\ -7x + 7y + 4\sqrt{2}z - 28\sqrt{2} = 0, \qquad \Rightarrow \vec{n}\left\{-7;7;4\sqrt{2}\right\}$$

$$\vec{n} = 7\vec{p} \Rightarrow \vec{n}, \vec{p} - \textit{коллинеарны} \qquad \Rightarrow \qquad (MNK) \,||\, (SBC)$$

$$\vec{n} \perp (MNK) \qquad \vec{p} \perp (SBC)$$

б) Найдём расстояние от точки К до (SBC).

$$\vec{n}\left\{-7;7;4\sqrt{2}\right\}$$

$$K\left(\frac{8\sqrt{2}}{3};0;\frac{7}{3}\right)$$

$$\rho_1(K;(SBC)) = \frac{\left|\frac{8\sqrt{2}}{3}\cdot(-7) + \frac{7}{3}\cdot 4\sqrt{2} - 28\sqrt{2}\right|}{\sqrt{1+1+1}} = \frac{112\sqrt{2}}{3\sqrt{130}} = \frac{112}{3\sqrt{65}}$$

$$\textit{Ответ}: \rho(K;(SBC)) = \frac{112}{3\sqrt{65}}$$

Спасибо за внимание!